

NOTA: B

## Enunciat A

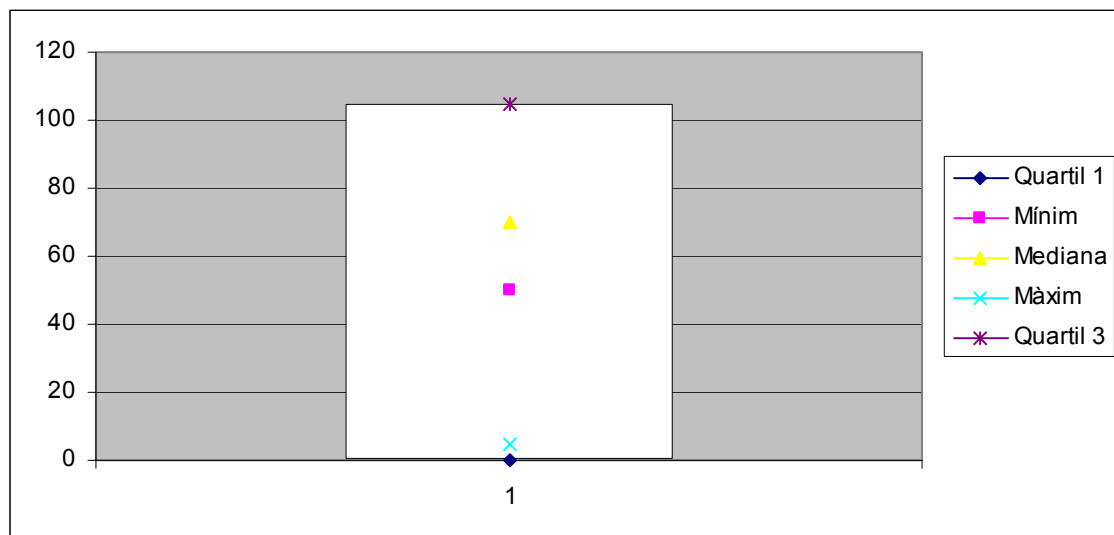
Veure enunciat i dades de la PAC 1.

1. Representeu els diagrames de caixa i de tiges i fulles de la variable **DESPESA**.

### Diagrama de caixa

Aquest diagrama ens mostra els valors del 25%, el 50%, 75%, mínim i màxim, que en cas, corresponen a les següents dades.

Quartil 1	68'97
Mínim	50
Mediana	70
Màxim	5
Quartil 3	105



### Diagrama de Tiges i fulles

5	0,0,6,6,8
6	0,0,3,4,5
7	2,5,6,8,9
8	0,1,4
9	
10	0,5

Després de fer el diagrama de tiges i tenint en compte que la dispersió va desde 50(menor despesa) fins a 105(major despesa), ens adonem de que el cim es troba al principi de la distribució, la majoria de la gent preguntada te una despesa d'entre 50 i 79 euros(15 persones) mentre que ens trobem que 3 persones tenen una despesa intermitja, entre els 80 i 84 euros i 2 persones que tenen una despesa elevada (100 i 105 euros).

## Enunciat B

Amb el mateix context, veure l'enunciat de la PAC1, i seguim amb les condicions de la PAC2. Sabem que en la població, la distribució de la variable *DESPESA* segueix una llei normal  $N(\mu=70, \sigma=15)$

2. Quina es la probabilitat de que un subjecte triat a l'atzar tingui una despesa entre 55 i 95 Euros (variable *DESPESA*)

$$D(55 < x < 95)$$

Estandaritzem les puntuacions

$$Z = (55 - 70) / 15 = -1$$

$$Z = (95 - 70) / 15 = 1.66$$

$$D(-1 < Z < 1.66) = D(Z < 1.66) - D(Z < -1)$$

Mirant la taula:

$$D(Z < 1.66) = 0.9515$$

$$D(Z < -1) = 0.1587$$

I per tant

$$D(Z < 1.66) - D(Z < -1) = 0.9515 - 0.1587 = 0.7928$$

**La probabilitat de que un subjecte triat a l'atzar tingui una despesa entre 55 i 95 Euros serà de 0.793**

3. Quins són els tres quartils de la distribució de la variable *DESPESA*? Entre quins valors de la variable es troba el 50% central dels subjectes d'aquesta població?

En la variable normal:

$$Q_1 = -0.675$$

$$Q_2 = 0$$

$$Q_3 = 0.675$$

Per tant a la nostra variable:

$$Q_1 = 15 \times (-0.675) + 70 = \mathbf{68.9775}$$

$$Q_2 = 15 \times 0 + 70 = \mathbf{70}$$

$$Q_3 = 15 \times 0.675 + 70 = \mathbf{71.0125}$$

**Amb el que podem dir que entre el 68.98 i el 71.01 es troba el 50% central dels subjectes**

4. Si agafem mostres de grandària 100 subjectes. Entre quins valors de la variable *DESPESA* es trobaran el 90% central de la distribució de las mitjanes observades en mostres de grandària 100, extreptes de la població?

Mostra = 100 subjectes

Mitjana = 70

Desviació típica = 15

NOTA: B

Busquem a la taula d'àrees el valor 2 que correspon a l'àrea de 0'050 ja que per el 90% central, queda un 5% a la dreta i un 5% a la esquerra.

$$1'64=Z \text{ per l'àrea de } 0'050$$

$$-1'64=Z \text{ per l'area de } 0'95$$

Trobem els valors X per aquests valors de Z

$$1'64=(X-70)/15$$

$$-1'64 \times 15 = X - 70$$

$$45'40 = X$$

$$1'64=(X-70)/15$$

$$1'64 \times 15 = X - 70$$

$$94'60 = X$$

- teorema central del limit

$$N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (70, 15/\sqrt{100}) = (70, 15/10) = (70, 1'5)$$

- distribució mostral de medianes

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1'5$$

- formula del interval de confiança

$$\mu \pm Z_{\alpha/2} \times (\sigma/\sqrt{N}) =$$

$$70 \pm 1'64 \times (15/10) =$$

$$70 \pm 2'4675 =$$

$$(67'5325, 72'4675)$$

**Entre el valors 67'53 i 72'47 es troba el 90% central de la distribució de las mitjanes observades en mostres de grandària 100**

5. Si agafem mostres de grandària 100 subjectes. Quina serà la probabilitat que triant a l'atzar una d'aquestes mostres, la despesa mitjana superi els 72 Euros (variable **DESPESES**)

$$N = 100$$

$$\text{Despesa mitjana} > 72\text{€}$$

Expressem:

$$P(72 \leq X \leq \infty)$$

Estandaritzem:

$$Z_{72} = (72 - 70) / 15 = 0'13$$

Per tant:

$$P(72 \leq X \leq \infty) = P(0'13 \leq Z \leq \infty) = 0'4483$$

**La probabilitat es de 0'4483**

**Enunciat C**

En una segona fase es tria una mostra de 500 subjectes. S'ha obtingut una puntuació mitjana en la variable DESPESA de 71 Euros. Sabem que la variància de la població ( $\sigma^2$ ) es de 225 Euros<sup>2</sup>.

6. Estimar la mitjana poblacional amb un nivell de confiança del 95% ( $\alpha = 5\%$ ), i amb un nivell de confiança del 90% ( $\alpha = 10\%$ ). Canvien els límits del interval de confiança? Per que?

95%

$$\begin{aligned} \mu \pm Z_{1-(\alpha/2)} \times (\sigma/\sqrt{N}) &= \\ 71 \pm Z_{1-(0'05/2)} \times (\sqrt{225}/\sqrt{500}) &= \\ 71 \pm Z_{0'975} \times 0'67 &= \\ 71 \pm 1'3132 &= \\ & \mathbf{(69'6868, 72'3132)} \end{aligned}$$

90%

$$\begin{aligned} \mu \pm Z_{1-(\alpha/2)} \times (\sigma/\sqrt{N}) &= \\ 71 \pm Z_{1-(0'1/2)} \times (\sqrt{225}/\sqrt{500}) &= \\ 71 \pm Z_{0'95} \times 0'67 &= \\ 71 \pm 1'1055 &= \\ & \mathbf{(69'89, 72'1055)} \end{aligned}$$

**Si, els límits del interval canvien, això es degut a que cerquem una confiança major.**

7. Quants subjectes hauria de tenir la mostra per a poder fer una estimació per interval, amb un nivell de confiança del 95% i una precisió de 1 Euro?

$$\begin{aligned} 95\% \longrightarrow \alpha &= 0'05 \\ Z_{1-(\alpha/2)} \times (\sigma/\sqrt{N}) &= 1 \\ Z_{1-(0'05/2)} \times (\sqrt{225}/\sqrt{n}) &= 1 \\ Z_{0'975} \times (15/\sqrt{n}) &= 1 \\ 1'86 \times 15 &= 1 \times \sqrt{n} \\ (27'9)^2 &= (\sqrt{n})^2 \\ n &= 778'41 = 779 \end{aligned}$$

**Hi haurà 779 subjectes amb un nivell de confiança del 95% i una precisió de 1 Euro**

### Enunciat D

L'anterior mostra se ha triat entre els nivells de formació mencionats a la PAC1. Els que han estudiat FP representen el 40% del total de la població.

8. Calcular la probabilitat de que triant a l'atzar aquesta mostra, menys del 30% hagin estudiat FP

Mostra de 500 persones  
150 persones han estudiat FP

$$B(500,0.4) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} N(n \times p, \sqrt{500 \times 0.4 \times 0.6})$$

$$\circ P(X < 150) = P\left(\frac{X - 200}{\sqrt{120}} < \frac{150 - 200}{\sqrt{120}}\right) = P(X < -4.56435)$$

$$1 - P(X < -4.56435) = 0$$

**La probabilitat de que triant a l'atzar aquesta mostra, menys del 30% hagin estudiat FP es 0**

9. Calcular la probabilitat de que, en les mateixes condicions, els que hagin estudiat FP es trobin entre el 30% i el 50%.

$$N(200, \sqrt{120})$$

$$P(150 < X < 250) = P\left(\frac{150 - 200}{\sqrt{120}} < \frac{X - 200}{\sqrt{120}} < \frac{250 - 200}{\sqrt{120}}\right) = P(X < 4.56435) - (1 - P(X < 4.56435)) = 1$$

**La probabilitat de que, en les mateixes condicions, els que hagin estudiat FP es trobin entre el 30% i el 50% es d'1**