

Analisi de Dades en Psicologia I  
 AC3

• **PRESENTACIÓ I CORRECCIÓ PAC 3**

**PRESENTACIÓ I CORRECCIÓ PAC 3 :**

**Enunciat A**

En una població infantil la distribució de les puntuacions d'una prova de comprensió verbal segueix una llei normal de mitjana 70 punts i variància de 16 punts<sup>2</sup>.

A partir de l'enunciat A:

**1. Entre quins valors de comprensió verbal es troba el 95% central dels individus d'aquesta població?.**

Busquem a la taula d'àrees sota la corba normal estàndar el valor de z que correspon a l'àrea de 0,025, ja que per al 95% central, queden un 2,5% a la dreta i un 2,5% a l'esquerra de la corba.

Z és igual a -1,96 per a l'àrea de 0,025

Z és igual a 1,96 per a l'àrea de 0,975 ( 100 - 2,5 = 97,5)

Trobem els valors, X, per aquests valors de Z

$$-1,96 = (X-70)/4 ; X = -1,96 * 4 + 70 = 62,16$$

$$1,96 = (X-70)/4 ; X = 1,96 * 4 + 70 = 77,84$$

El 95 % central dels individus d'aquesta població es troben entre 62,16 i 77,84 punts de comprensió verbal.

**2. Quin percentatge de subjectes d'aquesta població obté puntuacions superiors a 72 punts en la prova de comprensió verbal?.**

Estandarizem el valor de 72 punts.  $Z = (72 - 70) / 4 = 0,5$ .

Per aquest valor de Z, correspon un àrea per sota de 0,6915. Com que estem buscant el percentatge de subjectes amb puntuacions més grans de 72, hem de trobar la proporció per sobre. Així fem: 100 - 69,15 = 30,85%.

El 30,85% de subjectes obté puntuacions superiors a 72 punts en la prova de comprensió verbal.

**3. Entre quins valors de comprensió verbal es situaran el 95% central de la distribució de les mitjanes observades en mostres de grandària 25, extrems de la població?**

$n = 25$  ; mitjana = 70 ;  $\sigma = 4$  ; calculem la desviació estàndar de la mitjana:  $\sigma_{\bar{X}} = 4 / \sqrt{25} = 0,8$

95% central, 2,5 % a cada costat (0,025). Per tant les mateixes Z que en el primer exercici: -1,96 i 1,96.

$$-1,96 = (X-70)/(4/5) ; X = (-1,96) * (0,8) + 70 = 68,432$$

$$1,96 = (X-70)/(4/5) ; X = 1,96 * (0,8) + 70 = 71,568$$

El 95% central de tots els valors de la distribució de les mitjanes de les mostres de grandària 25, extrems d'aquesta població es trobarà, aproximadament, entre 68,43 i 71,57 punts.

**4. Si escollim mostres de 25 subjectes, quina serà la probabilitat que en escollir a l'atzar una d'aquestes mostres, la mitjana de comprensió verbal superi els 72 punts?**

$n = 25$  ;  $\sigma_{\bar{X}} = 0,8$ ; Trobem el valor Z de 72 ;  $Z = (72-70) / (0,8) = 2,5$

Pel valor de Z = 2,5 correspon un àrea per sota de 0,9938, com que volem que superi els 72 punts hem de trobar l'àrea per sobre.  $1 - 0,9938 = 0,0062$ .

La probabilitat que la puntuació mitjana de comprensió verbal d'una mostra escollida a l'atzar de mida 25 de la població anterior superi els 72 punts és del 0,62%.

**Enunciat B**

En la mateixa població que l'exercici anterior, la prevalença de nens i nens amb problemes d'hiperactivitat és del 10%. Si escollim a l'atzar mostres de 160 nens/nenes d'aquesta població:

A partir de l'enunciat B:**5. Quina serà la mitjana i la desviació típica (error estàndard) de la distribució mostral de proporcions?.**

Comprovem si es compleixen les condicions per a suposar un ajust a la distribució normal.  $\pi = 0,10$  i  $(1-\pi) = 0,90$ ;  $160 \cdot 0,10 = 16 \geq 5$

Per a la distribució mostral de proporcions podem dir que la mitjana és la proporció d'èxits, en aquest cas, la proporció de nens i nenes amb problemes d'hiperactivitat. Per tant la mitjana de la distribució mostral de proporcions és igual a 0,1.

si tenim en compte que  $\pi = 0,1$  i que  $n = 160$ . La desviació estàndard (error estàndard) de la distribució mostral de proporcions és igual a:  $\sigma_p = \sqrt{((0,1 \cdot 0,9)/160)} = \sqrt{0,00056} = 0,02372$

Mitjana = 0,1; Desviació típica = 0,02372

**6. Quina serà la probabilitat que en una de les mostres hi trobem més de 14 nens/es amb problemes d'hiperactivitat ?**

La proporció per a 14 nens hiperactius de una mostra de 160 és  $p = 14/160 = 0,0875$ .

Troblem el Z estandaritzat de 0,0875:

$$Z = (0,0875 - 0,1) / 0,02372 = -0,53$$

Per aquest valor de Z, trobem a la taula un àrea per sota de: 0,2981. si volem saber la probabilitat de trobar més de 14 nens, nenes amb hiperactivitat restem aquesta àrea a l'àrea total:  $1 - 0,2981 = 0,7019$

La probabilitat de que hi trobem més de 14 nens hiperactius en una d'aquestes mostres és de 70,19%.

**7. Quina serà la probabilitat que una de les mostres tingui una proporció observada de nens/es amb problemes d'hiperactivitat entre 8% i 12%?.**

Calculem la Z de  $p = 0,08$ ;  $Z = (0,08 - 0,1) / 0,02372 = -0,84$

Estandaritzem també  $p = 0,12$ ;  $Z = (0,12 - 0,1) / 0,02372 = 0,84$

Mirant la taula de l'àrea sota la corba normal estàndard, per a un valor

Z de -0,84 correspon un àrea per sota de 0,2005.

Per a un valor Z de 0,84 correspon un àrea per sota de 0,7995.

Com que volem trobar la probabilitat que la p observada sigui més gran 8% i més petita que 12% restem  $0,7995 - 0,2005 = 0,599$

La probabilitat de trobar nenes i nenes hiperactius entre el 8% i el 12% en una de les mostres és de 59,9%.

**8. Determinar entre quins valors es situaran les proporcions observades de nens/es amb problemes d'hiperactivitat les mostres extrems de la població, amb una probabilitat central del 95%?**

Amb una probabilitat del 95%, li correspon una Z de 1,96.

Calculem el marge d'error:  $1,96 \cdot 0,02372 = 0,0465$ .

Ara per trobar entre quins valors se situaran les proporcions, sumem i restem a la mitjana el marge d'error:

$$0,1 \pm 0,0465 = 0,053 \text{ i } 0,146.$$

El 95% central de les proporcions observades de nens i nenes hiperactius se situaran entre els valors 0,053 i 0,147 (o entre un 5,3% i 14,7%).

**Enunciat C**

En una mostra de cent estudiants de 6er de primària s'ha obtingut una mitjana en la prova de intel·ligència WISC-R, de 105,25 punts de QI. Sabem que la desviació de la població és de 15 punts de QI ( $\alpha = 5\%$ ).

A partir de l'enunciat C:

9. Estimar la mitjana poblacional amb un nivell de confiança del 95% ( $\alpha = 5\%$ ), i amb un nivell de confiança del 99% ( $\alpha = 1\%$ ). Canvien els límits de l'interval de confiança?. Per que?

Per a un nivell de confiança del 95%, tenim:

$Z = 1,96$ ; Esperem que la mitjana poblacional es trobi, amb un nivell de confiança del 95%, entre  $105,25 \pm 1,96 \cdot (15/\sqrt{100})$ . Es a dir, entre 108,19 i 102,31.

Per a un nivell de confiança del 99% tenim:

$Z = 2,576$ ; Esperem que la mitjana poblacional es trobi, amb un nivell de confiança del 99%, entre  $105,25 \pm 2,576 \cdot (15/\sqrt{100})$ . Es a dir, entre 109,114 i 101,386.

Al augmentar el nivell de confiança, del 95% al 99%, el marge d'error també augmenta (ja que el valor Z és més gran) i per tant l'interval de confiança serà més ample o el que és el mateix, menys precís.

10. Quants subjectes hauria de tenir la mostra per a poder fer una estimació per interval, amb un grau de confiança del 95% i una precisió de tres punts?

$$n = \left( z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\text{marge d'error}} \right)^2 = \left( 1.96 \frac{15}{3} \right)^2 = 96.04$$

Necessariem 96 subjectes per a poder fer una estimació per interval, amb un grau de confiança del 95% i marge d'error de com a màxim de tres punts

Marge d'error =  $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \frac{15}{\sqrt{96}} = 3$